

Exempel på härledningar av trigonometriska samband med hjälp av Eulers formler

$$e^{iX} = \cos X + i \sin X$$

$$e^{-iX} = \cos(-X) + i \sin(-X) = \cos X - i \sin X$$

$$\sin X = \frac{e^{iX} - e^{-iX}}{i2} \quad \boxed{\text{Eulers formel för } \sin X}$$

$$\cos X = \frac{e^{iX} + e^{-iX}}{2} \quad \boxed{\text{Eulers formel för } \cos X}$$

$$\sin^2 X = \left( \frac{e^{iX} - e^{-iX}}{i2} \right)^2 = \frac{e^{i2X} + e^{-i2X} - 2e^{iX} e^{-iX}}{-4} = \frac{1 - \cos 2X}{2}$$

$$\cos^2 X = \left( \frac{e^{iX} + e^{-iX}}{2} \right)^2 = \frac{e^{i2X} + e^{-i2X} + 2e^{iX} e^{-iX}}{4} = \frac{1 + \cos 2X}{2}$$

$$\cos^2 X + \sin^2 X = 1$$

$$2 \sin X \cos X = 2 \left( \frac{e^{iX} - e^{-iX}}{i2} \right) \left( \frac{e^{iX} + e^{-iX}}{2} \right) = 2 \left( \frac{e^{i2X} - e^{-i2X}}{i4} \right) = \left( \frac{e^{i2X} - e^{-i2X}}{i2} \right) = \sin 2X$$